**DST Mathématiques**

**Durée : 1 h 45**

*Présentation et orthographe seront pris en compte dans le barème de notation.*

*Les calculatrices graphiques sont autorisées pour ce sujet.*

***Une seule calculatrice sur la table***

**EXERCICE 1 :** *5 points*

*Les résultats seront donnés au centième*

Dans une population, les individus sont répartis en quatre groupes sanguins : A, B, AB et O. A l’intérieur de chaque groupe sanguin, il y a deux rhésus (rhésus + ou rhésus -).

On a relevé les pourcentages suivant dans cette population :

* 45 % de la population est du groupe A, parmi ces personnes 84.4 % ont un rhésus +.
* 4 % de la population est du groupe AB, dont 25 % a un rhésus -.
* 9 % de la population est du groupe B.
* 85.7 % des personnes du groupe O ont un rhésus +.
* 1 % de la population est du groupe B et a un rhésus -.

On notera :

A l’évènement « la personne choisie est du groupe A », B l’évènement « la personne choisie est du groupe B », O l’évènement « la personne choisie est du groupe O », C l’évènement « la personne choisie est du groupe AB » et R l’évènement « la personne choisie est de rhésus + ».

Un individu est choisi au hasard.

1. Traduire les données de l’énoncé en probabilités.
2. Déterminer la probabilité que la personne choisie soit du groupe O
3. a) Déterminer la probabilité que la personne choisie soit du groupe A et ait un rhésus –
4. Déterminer la probabilité que la personne choisie soit du groupe AB et ait un rhésus –
5. En déduire la probabilité que la personne choisie ait un rhésus –

**EXERCICE 2 :** 4.5 points

*Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Chaque bonne réponse rapporte 0.75 point, une mauvaise réponse occasionne une perte de 0.25 point et l’absence de réponse 0 point*

1. L’équation différentielle admet pour solutions les fonctions définies sur lR par :
2.  où k est une constante réelle
3. 
4.  où k est une constante réelle
5.  où k est une constante réelle
6. Parmi ces fonctions laquelle est solution de l’équation différentielle :

a) 

b) 

c) 

d) 

1. On considère l’équation différentielle (*E*) : *y’* + 2*y* = 2e-2x, où *y* est une fonction de la variable réelle *x*, définie et dérivable sur lR, et *y’* la fonction dérivée de *y*.

Parmi ces propositions, la solution particulière *h(x)* de l’équation différentielle (*E*) est :

1. 
2. 
3. 
4. 
5. L’équation différentielle (*E*) :  admet pour solutions les fonctions définies sur lR par :

1.  où C est une constante réelle
2.  où C est une constante réelle
3.  où C est une constante réelle
4.  où C est une constante réelle
5. Soit  la solution particulière d’une équation (E) dont la courbe représentative admet une tangente de coefficient directeur -1 au point d’abscisse 2 alors :
6. 
7. 
8. 
9. 
10. Les solutions de l’équation différentielle : sont les fonctions définies sur lR par :
11.  où C est une constante réelle
12.  où C est une constante réelle
13.  où C est une constante réelle
14.  où C est une constante réelle

**EXERCICE 3 :** 10.5 *points*

Une entreprise est approvisionnée en « palets » pour la fabrication de lentilles.

**Partie A**

Dans un lot de ce type de palets, 98 % des palets sont conformes pour le rayon de courbure. On prélève au hasard 50 palets de ce lot pour vérification du rayon de courbure. Le lot est suffisamment important pour que l’on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 50 palets.

On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 50 palets associe le nombre de palets non conformes pour le rayon de courbure.

*Les résultats seront arrondis au centième dans cette partie.*

* 1. Quelle est la loi suivie par X ? En donner les paramètres.
  2. Calculer E (X). En donner une interprétation.
  3. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, un palet et un seul ne soit pas conforme pour le rayon de courbure.
  4. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, au plus un palet ne soit pas conforme.
  5. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, il y ait entre 2 et 10 palets non-conformes.

**Partie B**

*Dans cette partie on donnera les valeurs exactes des probabilités.*

A l’issue de la fabrication, les lentilles peuvent présenter deux types de défauts :

- une puissance défectueuse

- une épaisseur défectueuse.

On prélève une lentille au hasard dans la production d’une journée.

On note A l’évènement : « la lentille présente une puissance défectueuse »

On note B l’évènement : « la lentille présente une épaisseur défectueuse »

On admet que les probabilités des évènements A et B sont P (A) = 0.02 et P (B) = 0.05 et on suppose que ces deux évènements sont indépendants.

1. Calculer la probabilité de l’évènement E : « la lentille prélevée présente les deux défauts »
2. Calculer la probabilité de l’évènement F : « la lentille prélevée présente au moins l’un des deux défauts »
3. Calculer la probabilité de l’évènement G : « la lentille prélevée ne présente aucun défaut »
4. Calculer la probabilité de l’évènement H : « la lentille prélevée présente un seul des deux défauts »

**Partie C**

Un repas d’entreprise est organisé.

Le restaurateur propose trois types de menus : le premier à 40 €, le deuxième à 30 € et le troisième à 20 €. Il constate que 10 % des clients prennent le menu à 40 € et 50 % celui à 30 €.

De plus, parmi les clients prenant le menu à 40 €, 85 % donnent un pourboire au serveur ; parmi ceux prenant le menu à 30 €, 65 % donnent un pourboire au serveur et parmi ceux qui prennent le menu à 20 €, 25 % donnent un pourboire au serveur.

Pour un client on désigne par :

A l’événement « prendre un menu à 40€ »

B l’événement « prendre un menu à 30 € »

C l’événement « prendre un menu à 20 € »

S l’événement « donner un pourboire au serveur »

A la sortie du restaurant, on interroge un client choisi au hasard.

1. Calculer la probabilité :
2. qu’il ait pris un menu à 20 € ;
3. qu’il ait pris un menu à 30 € et qu’il ait laissé un pourboire ;
4. qu’il ait laissé un pourboire ;
5. a) On suppose que quand un client laisse un pourboire au serveur, le montant de ce pourboire est égal à 5 % du prix du menu. On note X le montant du pourboire donné au serveur.

Déterminer la loi de probabilité de X et calculer son espérance.

1. Combien le serveur peut-il espérer gagner en pourboire en sachant que lors de ce repas 100 personnes étaient présentes